

۱ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

الف) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4n + 1$ مربع کامل است. 0/25

ب) اگر $a|b$ آنگاه $[a, b] = |a|$ (کروشه نماد ک.م.م است). 0/25

۲ اگر n عددی صحیح باشد آنگاه $5n + n^2$ عددی زوج است. 1

۳ با استفاده از روابط هم‌نهشتی، باقی‌مانده تقسیم عدد 13^{1404} بر عدد ۱۷ را به دست آورید. (نوشتن راه‌حل الزامی است). 1

۴ رقم یکان $(20! + 4! + \dots + 19!)(2! + 4! + \dots + 1!)$ کدام است؟
۲ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) 1

۵ ۲۹ دی‌ماه یک سال، روز سه‌شنبه است. ۳ تیر همان سال چند شنبه است؟ (محاسبات نوشته شود) 1

۶ کم‌ترین تعداد تمبر لازم برای بسته‌ای که نیاز به ۱۸۵۰ ریال تمبر دارد با تمبرهای ۷۰ و ۶۰ ریالی چقدر است؟ 1/5

۷ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) برای تبدیل گراف P_4 به گراف کامل K_4 ، باید تعداد یال، به گراف P_4 اضافه کنیم. 0/25

۸ اگر درجات رئوس گراف G به صورت ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳، ۴، ۵ باشد، اندازه گراف $\bar{G}$ چقدر است؟ 1

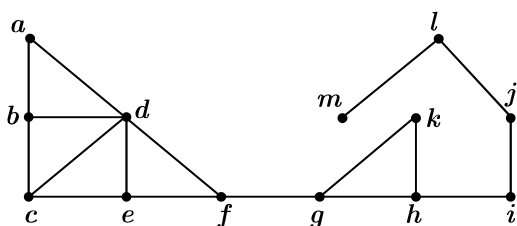
۹ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) می‌دانیم v یکی از رأس‌های گراف G است. اگر $N_G[v]$ و $N_{\bar{G}}[v]$ به ترتیب ۵ و ۸ عضو باشند. آنگاه مرتبه گراف G برابر است. 0/5

۱۰ G گرافی ۳-منتظم از مرتبه p است. اگر $4 + q = 2p$ ، مقادیر p و q را بیابید و گرافی با این مشخصات رسم کنید. 1/25

۱۱ یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. 0/5

۱۲ گراف روبه‌رو را در نظر بگیرید.



الف) با ذکر دلیل، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف مشخص کنید. 0/75

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال برای این گراف بنویسید که مینیمم نباشد. 0/5

۱۳ می‌خواهیم ۸ نفر را که دوه‌دو برادر یکدیگرند، در دو طرفِ طولِ یک میز مستطیلی شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه‌روی برادرش بنشیند، به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

1

۱۴ می‌خواهیم روی تعدادی جعبهٔ حاوی اجناس تولیدشدهٔ خاصی را کدگذاری و هر جعبه را با یک کد، شامل ۹ حرف $a, a, b, a, c, c, d, d, d$ ، از بقیه مجزا کنیم. حداکثر چند جعبه را می‌توانیم با این کدها از بقیه مجزا کنیم؟

0/5

۱۵ تعداد جواب‌های صحیح معادلهٔ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$ با شرط $x_i > 1$ ؛ $1 \leq i \leq 4$ را بیابید.

1

۱۶ به چند طریق می‌توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد، هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

1

۱۷ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) در مربع لاتین A از مرتبهٔ ۴ جای دو سطر را عوض می‌کنیم تا مربع لاتین B حاصل شود. در این صورت، دو مربع A و B متعامد نیستند.

0/25

(ب) مربع لاتین مرتبهٔ ۶ نداریم.

0/25

۱۸ یک مربع لاتین مثال بنویسید که با مربع لاتین زیر متعامد باشد.

1

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۱۹ اگر بخواهیم یک قفل دارای رمز ۵ رقمی و فاقد صفر را که سه رقم آن ۷ و ۲ و ۳ هستند، باز کنیم و تمام اعداد ۵ رقمی را که شامل حداقل یک رقم ۷ و یک رقم ۲ و یک رقم ۳ هستند در اختیار داریم و بستن و امتحان کردن هریک از این اعداد ۵ رقمی، ۶ ثانیه طول بکشد، برای باز کردن این قفل حداکثر چقدر زمان نیاز داریم؟

1/25

۲۰ مجموعهٔ اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیرمجموعهٔ ۴۳ عضوی از A دارای حداقل ۲ عضو است که مجموع‌شان برابر ۸۵ است؟

1

۲۱ ۱۳ نقطه درون یک مستطیل 8×6 قرار دارند. نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصلهٔ آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد؟

1

۲۲ چه تعداد تابع چون $f: A \rightarrow B$ می‌توان تعریف کرد، اگر بدانیم $|A| = 5$ و $|B| = 4$ است؟ چه تعداد از این توابع یک‌به‌یک هستند؟

1